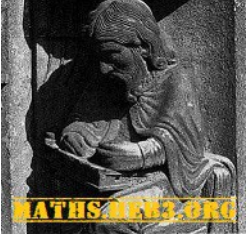
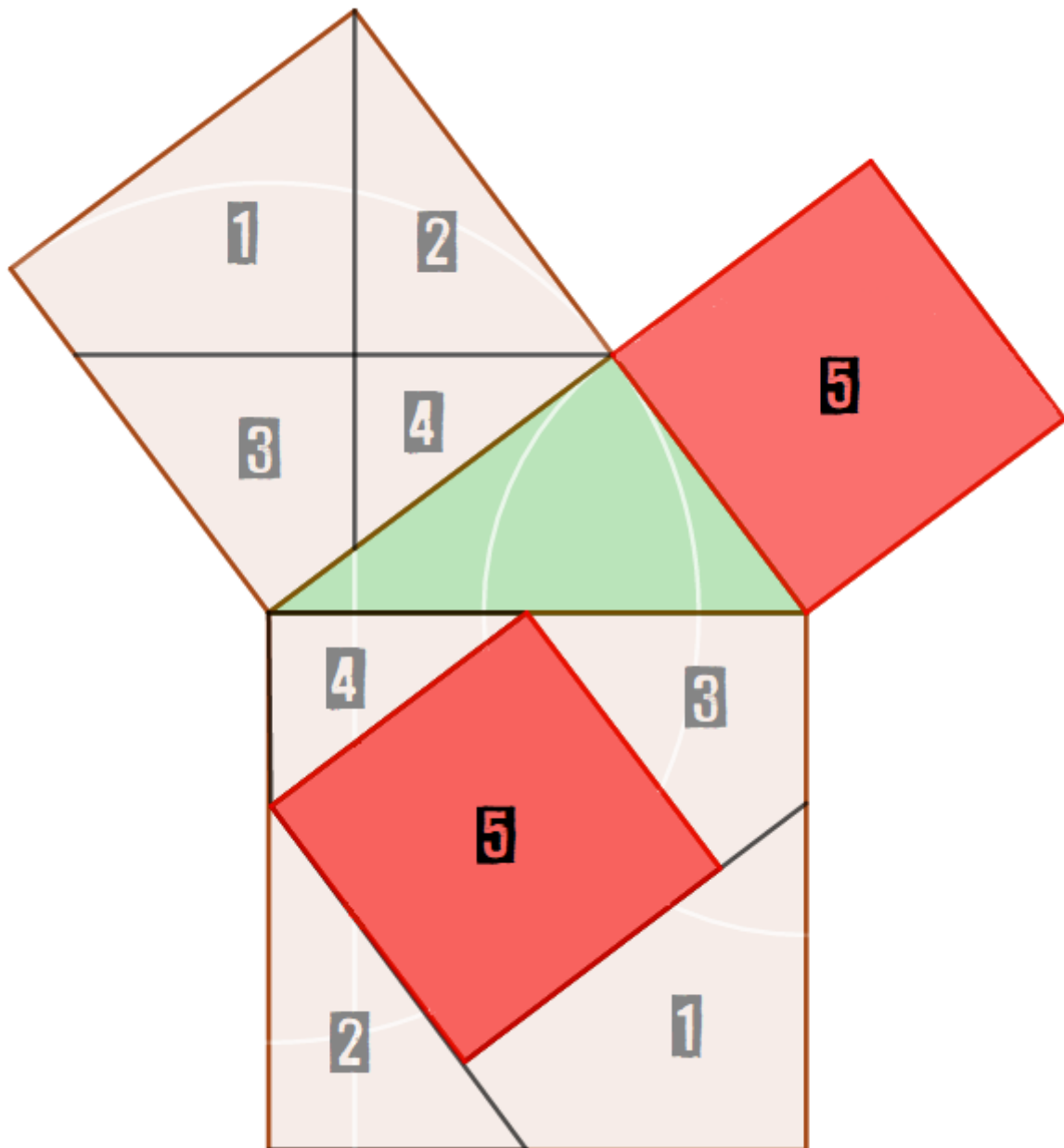


Niveau 4°	https://maths.heb3.org/	
Puzzle Réflexion sur les démonstrations Pythagore	Variations sur le théorème de Pythagore Corrigé	

Puzzle



Attention le dessin n'est pas à l'échelle 1

Interprétation

Le présent puzzle nous permet de constater que l'aire du grand carré est égale à la somme des aires des 2 autres carrés.

L'aire d'un carré étant égale au carré de la longueur de son côté, on constate donc que nous avons

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Nous reconnaissons la formule du théorème de notre ami Pythagore appliquée au triangle ABC rectangle en C.

Avec les valeurs numériques de notre exemple nous avons bien $10^2 = 8^2 + 6^2$ (en effet $100 = 64 + 36$)

Question 1 Expliquer pourquoi les constats ci-dessus **ne constituent PAS une démonstration**.

Des mesures ou des constats sur un dessin de géométrie ne constituent jamais une démonstration.

Même le constat algébrique $10^2 = 8^2 + 6^2$ ne peut constituer une démonstration.

En effet pour démontrer le théorème de Pythagore il faut démontrer que la propriété « le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés » est vraie pour TOUT triangle rectangle.

Or nous avons simplement prouvé que cette propriété est vérifiée pour un triangle rectangle particulier : le triangle de côtés 10, 8 et 6 cm.

Point important de logique fondamentale à retenir :

Un exemple ne permet jamais de prouver qu'une propriété est vraie

Prenons la propriété (fausse) « Les femmes sont blondes ». Nous pouvons trouver toute une série d'exemples vrais et pourtant la propriété reste fausse.

En logique, il faut bien différencier « Toutes les femmes sont blondes » de « il y a des femmes blondes »

Question 2 a/ Etudier le cas d'un triangle EDF non rectangle et constater que $ED^2 \neq EF^2 + DF^2$

Prenons un rectangle EDF équilatéral : $ED = EF = DF$ donc $EF^2 + DF^2 = ED^2 + ED^2 = 2 \times ED^2 \neq ED^2$
(sauf si $ED = 0$ mais à ce moment nous n'avons plus un triangle mais un simple point triple)

Question 2 b/ Expliquer pourquoi le constat ci-dessus est bien une démonstration du fait que le théorème de Pythagore ne peut pas s'appliquer aux triangles quelconques.

Nous venons de montrer qu'il existe un triangle particulier pour lequel la conclusion du théorème de Pythagore (« le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés ») ne peut visiblement pas s'appliquer donc nous avons bien montré que la conclusion du théorème de Pythagore ne peut pas s'appliquer aux triangles quelconques.

Point important de logique fondamentale à retenir :

Un contre-exemple suffit pour prouver qu'une propriété est fausse

Dans le cas de la propriété « Les femmes sont blondes », il suffit de citer une femme qui soit brune, rousse, etc... pour prouver que la propriété est fausse.